



[illegible]

Rodrigo Sychocki da Silva**

Cadernos do Aplicação | Porto Alegre | jan.-dez. 2014/2015 | v. 27/28 | p. 111-118

Deste modo, encontramos na simetria a possibilidade de elaborar e aplicar uma sequência de atividades que possibilitou aos alunos compreender que a matemática possui relação com a arte e com as formas que os cercam. O ensino da simetria na matemática parte das noções de espaço e forma, que no âmbito da geometria, sugere-se que o seu desenvolvimento já inicie nas séries iniciais do ensino fundamental.

A fundamentação teórica para argumentar como ocorre a aprendizagem de geometria, em especial do assunto simetria, é feita através dos níveis propostos pela teoria de Van Hiele, onde nota-se que o desenvolvimento do conteúdo passa por cinco níveis ou estágios: visualização ou reconhecimento, análise, ordenação e classificação, dedução formal e rigor. A metodologia de pesquisa utilizada nesta proposta foi a pesquisa qualitativa, onde o professor-pesquisador se posiciona diante da situação-problema e através de uma sequência de experimentos realizados com a turma inteira procura modificar a sua prática docente com a finalidade de influenciar o processo de aprendizagem dos seus alunos.

Para que ocorresse a presente pesquisa foi estabelecido inicialmente um plano de ação, caracterizando assim um desenho de pesquisa qualitativa, conforme proposto por Flick (2009). Esse desenho de pesquisa consiste em estabelecer uma série de metas e objetivos que devem ser alcançados durante a aplicação da sequência de atividades onde caso não sejam atingidos os objetivos, a proposta deva ser readequada de acordo com as dificuldades apresentadas pelos alunos ainda durante a sua execução.

A teoria de Van Hiele

Segundo Rodrigues (2007), o modelo da teoria de Van Hiele definido por Dina van Hiele Geldof e seu marido Pierre Marie Van Hiele, identifica o comportamento na aprendizagem como o nível de maturidade geométrica do aluno. Pode-se dizer que o modelo geométrico pode ser usado para orientar na formação e também para avaliar as habilidades dos alunos. Destaca-se que a principal característica do modelo proposto pelos Van Hiele é que os alunos progredam de acordo com uma sequência de estágios através da compreensão dos conceitos, onde ao mesmo tempo eles aprendem geometria.

Lorenzato (1995) apresenta os aspectos que caracterizam o modelo proposto pela teoria de Van Hiele, no qual se concebe a existência de diversos níveis de aprendizagem geométrica, também conhecidos por níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, com as seguintes características: em um nível inicial de visualização, as figuras são avaliadas somente pela sua aparência. Neste nível encontram-se os alunos que apenas conseguem reconhecer ou reproduzir figuras através das formas e não pelas suas propriedades.

No nível seguinte, que consiste em realizar análises, os alunos já percebem as características das figuras e descrevem algumas propriedades delas; no próximo nível, caracterizado pela ordenação, as propriedades das figuras são organizadas logicamente e a construção das definições se baseia na percepção do aluno pelo necessário e suficiente. Nesta etapa, as demonstrações ainda não são elaboradas pelos alunos. Nos dois níveis seguintes estão os alunos que constroem demonstrações e que comparam sistemas de representações, capazes de organizar a sua aprendizagem. Ainda é possível identificar em Freudenthal (1973) as seguintes características para a teoria de Van Hiele. Resumidamente são essas:

- » A memorização não é considerada ao caracterizar os níveis;
- » Os níveis são sequenciais, isto é, a criança avança de um nível para outro sem saltar etapas;
- » Os níveis podem ser considerados discretos e globais, ou seja, uma criança pode estar no mesmo nível em diferentes contextos;

- » As crianças que estão em um determinado nível não podem interagir ou compreender o ensino em níveis mais elevados;
- » O desenvolvimento do pensamento da criança de um nível para outro é consequência do ensino e das suas experiências de aprendizagem, não possuem relação com os aspectos da maturidade.

Nota-se assim que o ensino de simetria, assim como de outros assuntos da matemática, deve acontecer por meio de um processo formativo que estabelece relações de interdisciplinaridade e colaboração entre os conteúdos e áreas de conhecimento. Neste caso, a interdisciplinaridade é uma tendência que precisa ser incorporada às propostas dos livros didáticos e no planejamento do professor, por trazer, dentre outros benefícios, as relações entre o conteúdo matemático e o seu contexto de uso.

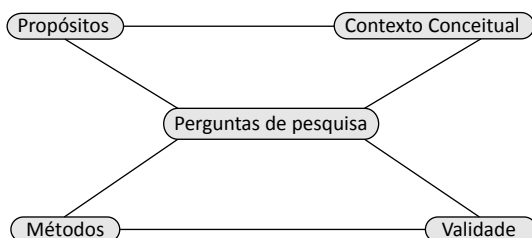
Aspectos metodológicos

Ragin (1994) define a expressão “desenho de pesquisa” da seguinte forma:

O desenho de pesquisa é um plano para coletar e analisar as evidências que possibilitarão ao investigador responder a quaisquer perguntas que tenha feito. O desenho de uma investigação toca em quase todos os aspectos de uma pesquisa, desde os detalhes minuciosos da coleta de dados até a seleção de técnicas de análise de dados. (RAGIN, 1994, p. 191)

Maxwell (2005) resume através de um esquema, conforme a figura 1, os componentes envolvidos na execução de uma pesquisa e propõe que o conceito de desenho da pesquisa utilizado pelo professor-pesquisador leve em consideração diferentes abordagens.

Figura 1 — Modelo interativo de desenho da pesquisa proposto por Maxwell



Fonte: Maxwell, 2005, p. 5.

No presente trabalho, destaca-se a importância do esquema mostrado anteriormente no que diz respeito à construção e elaboração das atividades a ser utilizadas com os alunos. A interatividade proposta por Maxwell (2005) sugere que o professor-pesquisador em suas atividades na sala de aula deve estar constantemente desenvolvendo métodos para validar os questionamentos criados durante o momento de aprendizagem dos seus alunos.

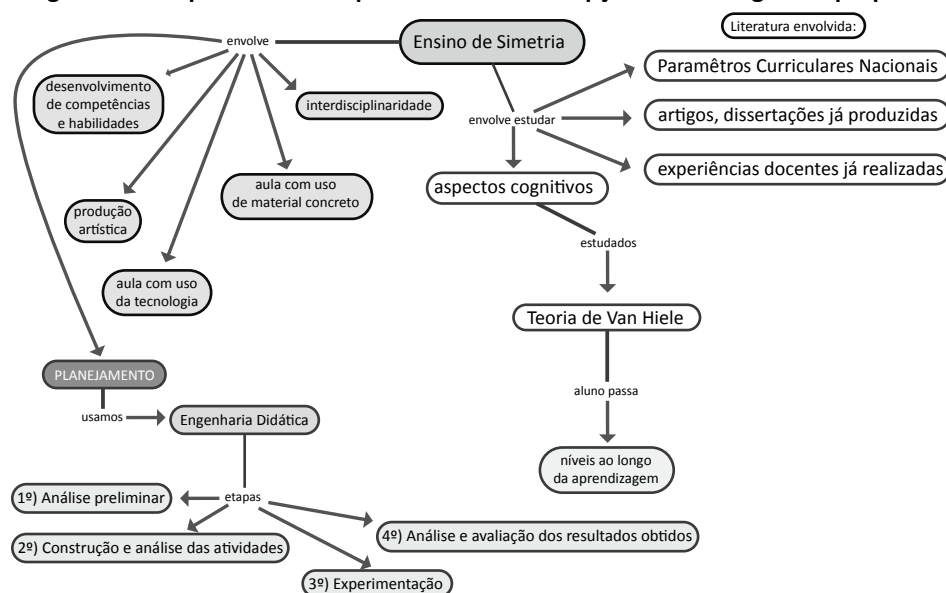
Em busca de desenvolver uma proposta para o ensino da simetria, durante a elaboração do nosso desenho de pesquisa escolhemos utilizar para a execução das atividades uma adaptação da concepção de Engenharia Didática inicialmente proposta por Artigue (1996). A metodologia proposta pela Engenharia Didática se caracteriza pela existência de uma sequência didática que possibilita existir uma relação entre o professor, aluno e a matemática envolvida.

Inicialmente, realizamos uma revisão envolvendo a literatura já produzida sobre o ensino de geometria, em especial a simetria. Recorremos aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), versão destinada ao ensino fundamental, para analisar a proposta sugerida pelas diretrizes na abordagem desse tema em sala de aula. O planejamento

das atividades ocorreu após a análise feita sobre os documentos oficiais, onde também havia sido feita uma análise preliminar da turma de alunos que receberiam a sequência de atividades. Em seguida, recorremos à análise de trabalhos já executados, dentre eles Santos (2010) e Lorenzato (1995), que juntamente com proposta das diretrizes nacionais convergem para o mesmo ponto, onde a sugestão é que o professor ao elaborar as suas atividades, pense em uma possibilidade de diminuir o abismo encontrado entre as disciplinas, ou seja, promova a interdisciplinaridade em suas aulas.

A sequência didática foi aplicada ao longo de um mês com alunos do terceiro ano do ensino fundamental, no ano de 2011, em uma escola estadual na cidade de Caxias do Sul, Rio Grande do Sul. O principal objetivo desse trabalho era criar e aplicar uma sequência de atividades de caráter interdisciplinar que envolvesse os alunos na apropriação dos conceitos matemáticos envolvidos. Para realizar a análise a posteriori e validação do método utilizado, utilizamos como fonte as informações das atividades produzidas pelos alunos que foram armazenadas em arquivos impressos e fotografias, junto com as observações feitas pelo professor-pesquisador durante a aplicação da sequência didática. A organização da proposta metodológica dessa pesquisa está na figura 2, onde é possível organizar no mapa conceitual os estágios de desenvolvimento das atividades.

Figura 2 — Mapa conceitual apresentando a concepção metodológica da proposta



Fonte: Dados da pesquisa, 2011.

O encaminhamento da sequência didática

A primeira aula da sequência foi realizada no laboratório de informática da escola, onde para a introdução do assunto, propomos uma pesquisa na internet sobre as obras de M.C. Escher¹. Percebe-se nessa atividade que alguns alunos da turma já conseguiam identificar e destacar intuitivamente as obras que apresentavam explicitamente o conceito de simetria. Nessa atividade não foi abordada a simetria rigorosamente, apenas foi proposto que os alunos intuitivamente reconhecessem uma possível simetria nas obras de M.C. Escher.

Em um próximo momento em sala de aula, trabalhamos a simetria em uma atividade artística envolvendo papel sulfite e tinta guache. A ideia desta segunda atividade consiste em determinar o eixo de simetria em uma folha de papel, no qual pode ser na

1 > Maurits Cornelis Escher foi um artista holandês conhecido mundialmente pelas suas produções artísticas que tendem a representar construções impossíveis, preenchimento regular do plano, explorações do infinito e padrões geométricos. Disponível em: <<http://www.hierophant.com.br/arcano/posts/view/Anie/839>>. Acesso em: 6 set. 2012.

horizontal ou vertical, e em seguida faz-se vários pingos de tinta, dispostos aleatoriamente, em apenas um dos lados do eixo, então se dobra o lado “limpo” sobre aquele que recebeu a tinta, abrindo-se em seguida para poder observar o resultado, conforme ilustra a figura 3.

Consideramos que essa atividade foi essencial durante a sequência didática, pois os alunos iniciavam o processo de apropriação dos conceitos matemáticos envolvidos, ou seja, eles começam a transição entre o primeiro e segundo nível proposto pela teoria de Van Hiele. Através da análise das figuras criadas, os alunos começam ter a confirmação do que é a simetria do ponto de vista matemático. Com essa confirmação, os alunos estavam por conta própria analisando as propriedades presentes nas figuras, estabelecendo intuitivamente o eixo de simetria em cada uma delas e classificando as figuras em dois grupos distintos: o grupo de figuras com a propriedade da simetria e o outro grupo de figuras que não apresentavam simetria.

Figura 3 — Exemplos de produções dos alunos durante a atividade do pingo



Fonte: Dados da pesquisa, 2011.

Após essas duas atividades, abordamos o conceito de eixo de simetria e identificamos a sua presença em algumas figuras encontradas na arquitetura, natureza, obras artísticas, entre outras. Os alunos não demonstraram dificuldade em encontrar o eixo de simetria presente nas imagens, pois com a formação do registro da noção de eixo de simetria, eles foram capazes de iniciar a abstração da ideia matemática de simetria.

Percebe-se nesse momento da sequência de atividades que os alunos, em sua maioria, já estavam realizando o exercício da abstração do conceito e procurando justificativas para seu raciocínio, seja através de suas próprias palavras ou utilizando-se de exemplos acessíveis como o armário de duas portas presente na sala de aula, as janelas e até mesmo os desenhos formados no assoalho da sala, confirmando que eles estavam inseridos no terceiro nível da teoria de Van Hiele.

No próximo momento, a proposta foi fazer a construção de gatos e cães através de dobraduras de papel. Os alunos identificaram corretamente os elementos envolvidos na proposta, sendo que os rostos dos animais criados por eles apresentavam a harmonia artística e a presença explícita da simetria, conforme mostra a figura 4.

Figura 4 — Criação dos alunos na atividade de dobraduras em papel

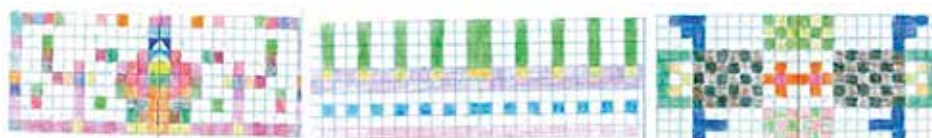


Fonte: Dados da pesquisa, 2011.

A próxima atividade envolvia a criação de mosaicos. Foi informado aos alunos que os mosaicos constituem uma forma de arte decorativa criada há muitos anos, onde são utilizados diversos tipos de materiais. A regularidade das formas encontradas neles produz um aspecto visual agradável para as pessoas, por isso que são encontrados abundantemente em construções e obras artísticas. Consideramos que essa atividade foi importante durante a sequência, pois ao iniciar o trabalho com malha quadriculada nos anos iniciais do ensino fundamental, o professor proporciona aos alunos a oportunidade de desenvolver a noção de plano cartesiano e também de coordenadas cartesianas. Essas noções são importantes para iniciar mais tarde o estudo das funções e seus gráficos durante o ensino médio.

Acreditamos que a criação de mosaicos nas séries iniciais do ensino fundamental é uma proposta de atividade interessante para o professor aplicar com os alunos, uma vez que desenvolve conceitos de matemática importantes e necessários para o aluno reconhecer a matemática como uma ciência presente no seu cotidiano. Os resultados obtidos com essa atividade foram satisfatórios, onde se percebeu que os alunos conseguiram criar mosaicos que apresentassem conceitos de matemática, através da simetria, e harmonia artística. Neste momento, destacamos que de acordo com a teoria de Van Hiele, os alunos encontram-se no quarto nível, onde eles já são capazes de compreender as estruturas dedutivas e organizar as propriedades percebidas nas figuras.

Figura 5 — Alguns mosaicos produzidos pelos alunos



Fonte: Dados da pesquisa, 2011.

A próxima atividade consistiu no uso de aplicativos disponíveis no *site* do MDmat². A ideia era aplicar o uso da tecnologia para verificar se ocorreu a apropriação dos conceitos de matemática desenvolvidos durante a sequência de atividades. No ambiente virtual foram utilizados com os alunos dois objetos: *simetria com bolinhas*³ e o *simetrizador*⁴. O objeto de simetria com bolinhas foi importante para verificar a compreensão do conceito de simetria e suas propriedades em malha quadriculada, além de reforçar a ideia de localização no plano cartesiano. Esse objeto é um tipo de jogo interativo, onde o aluno realiza a construção solicitada e após concluir verifica a validade de suas hipóteses na construção. O uso desse objeto possibilitou as construções necessárias para os alunos se apropriar dos conteúdos de matemática envolvidos nas atividades até o presente momento.

Figura 6: Exemplos de atividades realizadas com o objeto “Simetria com Bolinhas”



Fonte: Dados da pesquisa, 2011.

2 > MDmat é a sigla de Mídias Digitais para Matemática, que é um ambiente virtual desenvolvido por um grupo de pesquisa da UFRGS orientado pelo professor Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso.

3 > Disponível em: <http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/objetos/simetrias.html>. Acesso em: 10 nov. 2011.

4 > Disponível em: <http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/objetos/simetrizador.html>. Acesso em: 10 nov. 2011.

O simetrizador é um objeto que permite o aluno realizar a construção de mosaicos utilizando figuras geométricas simples ou desenhos mais elaborados, possíveis de ser

encontrados na obra de M.C. Escher. Neste objeto os alunos demonstraram através de duas construções que se apropriaram do conceito matemático de simetria, eixo de simetria, reflexão horizontal e reflexão vertical. Percebemos que não houve dificuldade no uso dos objetos virtuais propostos, uma vez que esse público é constituído em sua maioria por uma geração de alunos que está inserida em um mundo cada vez mais tecnológico e dinâmico.

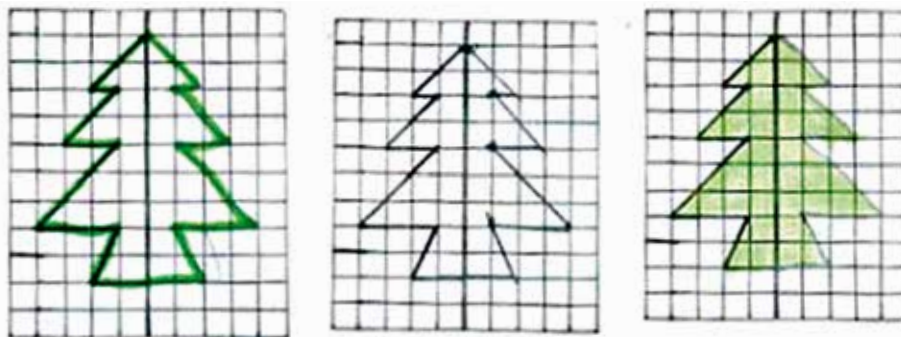
Figura 7 — Exemplos de figuras criadas pelos alunos utilizando o objeto simetrizador



Fonte: Dados da pesquisa, 2011.

No final do ano letivo foi realizada uma atividade avaliativa com a turma, onde foi solicitada uma questão envolvendo simetria. O questionamento feito aos alunos foi: *No quadriculado abaixo está desenhado apenas um lado da figura. Utilizando a simetria complete a figura e descubra um dos símbolos do Natal...* Na figura 8 temos alguns exemplos de respostas fornecidas, onde nota-se que o desenvolvimento do conteúdo abordado passou pelos cinco níveis ou estágios: visualização ou reconhecimento, análise, ordenação e classificação, dedução formal e rigor.

Figura 8 — Exemplos de resoluções dos alunos na questão da avaliação final



Fonte: Dados da pesquisa, 2011.

Ao final das atividades, constata-se que a sequência didática aplicada alcançou os objetivos inicialmente propostos. Através de uma investigação prévia sobre o assunto e a percepção das dificuldades apresentadas pelos alunos em compreender alguns conceitos de matemática, nestas atividades desenvolvidas, os alunos demonstraram total compreensão dos conceitos matemáticos abordados.

O uso dos objetos virtuais escolhidos, o simetrizador e a simetria com bolinhas, foram considerados um ótimo recurso para relacionar a aprendizagem já realizada com atividades envolvendo papel, tinta e dobraduras em sala de aula com a aprendizagem no laboratório de informática. Consideramos que essa atitude promoveu a potencialização da aprendizagem dos alunos.

Consideramos que ocorreu a manifestação nítida da aprendizagem durante a aplicação dessas atividades, conforme verificamos em vários momentos durante as aulas, onde os alunos aumentaram quantitativamente e qualitativamente a participação e contribuição em aula, com ideias e comentários. Durante o momento da avaliação no

final do ano houve alto índice de acerto na questão proposta. Isso leva a considerar que a interdisciplinaridade no tripé: trabalhos artísticos manuais, matemática e uso da tecnologia possibilitaram o sucesso da sequência didática proposta.

Considerações finais

Salientamos que a discussão apresentada neste texto não pode ser considerada encerrada. As pesquisas em educação matemática que envolvem a criação, aplicação e análise dos resultados obtidos em sequências de atividades realizadas na sala de aula são uma possibilidade de apresentar experiências e possibilidades aos professores-pesquisadores que estão envolvidos diretamente em sala de aula. Neste texto, procuramos mostrar uma possibilidade para o ensino do conteúdo da simetria nas séries iniciais da educação básica, onde foi possível desenvolver atividades que envolvessem os alunos em produção artística e ao mesmo tempo possibilitasse a aprendizagem de conceitos matemáticos.

Como sugestão aos colegas docentes, destacamos que através da leitura desse texto, considerem a possibilidade de inserir em suas aulas uma análise dos aspectos cognitivos envolvidos na aprendizagem dos seus alunos. Quando isso ocorre, o professor se tornará professor-pesquisador e com isso será possível que a sua intervenção proporcione uma aprendizagem mais qualitativa por parte dos seus alunos. Afirmamos que a possibilidade de desenvolver atividades interdisciplinares e o uso da tecnologia digital em sala de aula, envolvem os alunos em um processo de multi-formação onde os resultados são os melhores possíveis.

Referências

- ARTIGUE, Michèle. Engenharia didáctica. In: BRUM, Jean. (Org.). *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Horizontes pedagógicos, p. 193-217, 1996.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 10 nov. 2011.
- FIORENTINI, Dário; LORENZATO, Sérgio. *Investigação em Educação Matemática: Percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2009.
- FLICK, Uwe. *Desenho da pesquisa qualitativa*. 1. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- FREUDENTHAL, Hans. Mathematics as an educational task. Dordrecht: Reidel, 1973, p. 407 apud FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis et al. *O ensino de geometria na escola fundamental: três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- LORENZATO, Sérgio. *Por que não ensinar Geometria?*. A Educação Matemática em Revista, Florianópolis, v. 4, 1995, p. 3-13. Disponível em: <www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Comunicacoes_Orais%5Cco0109.doc>. Acesso em: 12 nov. 2011.
- MAXWELL, Joseph Alex. *Qualitative Research Design – An Interaractive Approach*. 2. ed. Thousand Oaks. CA: Sage, 2005.
- RAGIN, C. C. *Constructing Social Research*. Thousand Oaks. CA: Pine Forge Press, 1994.
- RODRIGUES, Alessandra Coelho. *O Modelo de Van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico*. 2007. Trabalho de Conclusão de Curso (Matemática) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2007. Disponível em: <<http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22007/Alessandra-CoelhoRodrigues.pdf>>. Acesso em: 12 nov. 2011.
- SANTOS, Luciana Ferreira dos. *Pintar, dobrar, recortar e desenhar: o ensino da simetria e das artes visuais em livros didáticos de matemática para séries iniciais do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado em Matemática) – UFPE, Recife, 2010.